

de no permitir que aparezcan fórmulas con variables libres en las líneas de una derivación.

c) Puesto que, tradicionalmente, el principal propósito de todo sistema de lógica es el de suministrar un modo de reducir inferencias complejas a cadenas de inferencias más simples, parece deseable que cada regla de inferencia básica sea correcta, en el sentido de que cuando se la aplique a premisas verdaderas dé lugar solamente a conclusiones verdaderas. Esta exigencia excluye varias reglas convenientes que de otro modo pudieran haber sido introducidas.

d) Finalmente, y en íntima relación con lo que antecede, un argumento correcto debiera estar construido de forma que, si se lo interrumpiese en un punto cualquiera, el último enunciado afirmado se siguiera lógicamente de las premisas utilizadas en su obtención. En otras palabras, toda porción inicial de un argumento correcto debiera ser también un argumento correcto. Esta exigencia queda automáticamente satisfecha si c) se satisface, y en la práctica su satisfacción trae consigo numerosas ventajas. Así, por ejemplo, al anotar en cada paso si lo que acaba de escribir es intuitivamente una consecuencia de sus premisas, el principiante en el aprendizaje de un tal sistema puede disponer siempre de un método elemental para comprobar si ha aplicado correctamente las reglas de inferencia. Por otra parte, la corrección de este tipo de sistema se evidencia con la máxima facilidad; dado que ni una sola de sus reglas puede conducir, partiendo de premisas verdaderas, a una conclusión falsa, es obvio que lo mismo habrá de suceder cuando todas ellas se apliquen consecutivamente.

El capítulo octavo establece algunas de las propiedades generales de las reglas de inferencia expuestas en el capítulo 7. Puede ser omitido sin pérdida de continuidad, si bien es verdad que el material relativo a la dualidad y a las formas normales puede proporcionar al estudiante una valiosa práctica en la manipulación de cuantificadores. En el capítulo 9 el lenguaje artificial, mantenido hasta ahora en su forma más simple posible al objeto de no desviar la atención de lo esencial, expande para incluir el aparato de identidad y símbolos de operación. El capítulo 10 está consagrado a una presentación axiomática de la lógica elemental (con identidad). Su inclusión refleja el interés histórico de los lógicos sobre el hecho de que los propios principios de la lógica se dejan ordenar en un sistema deductivo. En el capítulo 11 dan ejemplos de teorías formalizadas. He incluido una versión de la teoría del silogismo de Aristóteles, que se ajusta lo más estrechamente posible a la exposición que hizo de dicha materia su propio autor. El último capítulo es histórico; contiene, entre otras cosas, una tra-

CAPITULO I

INTRODUCCION

Este capítulo pretende dar un concepto informal e intuitivo de las materias que conciernen primariamente a la lógica. Una tal introducción es, con seguridad, un requisito a satisfacer; de otro modo, el principiante pudiera experimentar la sensación de no poseer la clave para entender los procesos formales ulteriormente introducidos. Pero, al mismo tiempo, es necesario reconocer el hecho de que los lógicos no están de acuerdo entre sí sobre cómo responder a las cuestiones, aparentemente fundamentales, aquí tratadas. En lo que concierne a los procesos formales mismos existe un acuerdo sorprendentemente unánime, pero toda cuestión relativa a 'qué sea aquello de lo que se trata' estimula la producción de teorías que son sobremanera diversas.

Por ejemplo: ¿trata la lógica de cómo piensa la gente, o de cómo debería pensar, o de ninguna de ambas cosas? ¿Le interesa principalmente el lenguaje o el mundo extralingüístico? ¿Cómo deben ser considerados los lenguajes artificiales del lógico? ¿Son modelos simplificados, pero esencialmente fidedignos, de los lenguajes naturales o pretende más bien reemplazar con ellos a estos últimos? ¿O habría que explicar su utilidad de algún otro modo?

No cabe duda que estas cuestiones han de ser eventualmente tenidas en cuenta, a pesar de su vaguedad. Sin embargo, el estudiante no iniciado debería tomar conciencia de que, en la práctica, su importancia no es tan grande como pueda suponerse. Cuando el neófito pregunta '¿qué es la matemática?' o '¿qué es la física?', tal vez la mejor réplica sea: 'después de haberte familiarizado con lo que hacen los matemáticos y los físicos, podrás decidir por tu cuenta sobre el particular'. El mismo criterio general es válido para la lógica. Así, aun cuando abrimos la esperanza de que nuestra discusión informal allanará el camino para el entendimiento de ulteriores tecnicismos, somos también conscientes de que, una vez dominados estos últimos, el estudiante podrá, guiado por sus propias luces filosóficas, decidirse a rechazar

como falsas, o incluso ininteligibles, ciertas porciones de la teoría introductoria que a continuación se expone.

1. DE QUÉ TRATA LA LÓGICA.

La lógica investiga la relación de *consecuencia* que se da entre las premisas y la conclusión de un argumento correcto. Se dice que un argumento es *correcto* (válido) si su conclusión *se sigue de* o es una *consecuencia de* sus premisas; de otro modo es *incorrecto*. En algunos casos, entre los que destacan los ejemplos que exhiben los libros de lógica tradicional, la corrección o incorrección es inmediatamente obvia. A nadie le resulta difícil ver que la conclusión del argumento

Todos los hombres son mortales;
 Todos los griegos son hombres;
 Por consiguiente, todos los griegos son mortales

se sigue de sus premisas. En otros casos se requiere cierta reflexión, como en

Hay exactamente 136 cajas de naranjas en el almacén;
 Cada caja contiene al menos 140 naranjas;
 Ninguna caja contiene más de 166 naranjas;
 Por consiguiente, hay en el almacén al menos seis cajas
 que contienen el mismo número de naranjas.

Y en otros casos, por añadidura, la cuestión puede ser incluso muy difícil. Nadie hasta ahora, por ejemplo, ha sido capaz de llevar a cabo el descubrimiento que se requeriría para decidir si el argumento de una sola premisa

El número de estrellas es par y mayor que cuatro;
 Por consiguiente, el número de estrellas es la suma de dos primos

es válido.

Adviértase que en el último de estos ejemplos, el cual, en esencia, en los respectivos, es típico de una extensísima clase de casos, la dificultad surge de la vaguedad que pueda existir en la premisa o en la conclusión. El decisivo aserto que estableciese que todo entero que sea par y mayor que cuatro es la suma de dos primos, no parece difícil de entender; nuestro solo problema está en averiguar si es *verdadero*. Si, en duda que, frecuentemente, encontramos argumentos cuya corrección no puede ser asegurada a causa de la vaguedad o ambigüedad que

presentan. La clarificación del significado es, a veces, una útil actividad intelectual, y la lógica puede, indirectamente, prestar considerable ayuda en tal respecto, pero no obstante vale la pena subrayar que la cuestión de saber si un argumento dado es correcto no queda automáticamente resuelta por el mero hecho de que se tenga una clara idea de lo que signifiquen las premisas y la conclusión.

CORRECCIÓN Y VERDAD.

Por un *argumento* entendemos un sistema de enunciados declarativos (de un lenguaje determinado), uno de los cuales es designado como la *conclusión* y los otros como las *premisas*. Así, el primer ejemplo anteriormente aducido es un sistema de tres enunciados declarativos, el último de los cuales desempeña el papel de conclusión y los dos restantes el de premisas; el segundo ejemplo consta de cuatro enunciados, el último de ellos de nuevo como conclusión; y en el tercer caso tenemos un argumento que consta de una sola premisa y una conclusión. Realmente no hay razón para no considerar casos en los que el número de premisas sea infinito, aunque quizá en semejante eventualidad el término 'argumento' deje de ser apropiado. Podemos, por ejemplo, preguntar si es o no el caso que el enunciado

Todo entero positivo es menor que el número de estrellas

se sigue de (la serie infinita de) los enunciados

1 es menor que el número de estrellas,
 2 es menor que el número de estrellas,
 3 es menor que el número de estrellas,

⋮

decir, de la clase de todos los enunciados susceptibles de ser obtenidos a partir de la expresión 'x es menor que el número de estrellas'emplazando 'x' por una cifra arábica denotativa de un entero positivo. Como veremos más adelante, es también útil considerar casos en los que el número de premisas sea cero.

Un *enunciado* es definido por los gramáticos tradicionales como una expresión lingüística que establece un pensamiento completo. Pese a sus innegables inconvenientes, esta definición es adecuada para nuestro presente propósito, el cual, debe recordarse, es tan sólo proporcionar al estudiante una familiaridad intuitiva preliminar con la materia que es objeto de la lógica. Los enunciados son clasificados usualmente como declarativos, interrogativos, imperativos, etc. Carac-

terístico de los enunciados declarativos es el ser verdaderos o falsos y de ahí que dichos enunciados sean de interés primordial para el lógico.

El criterio para la corrección de un argumento es comúnmente formulado en términos de verdad y posibilidad —conceptos ambos acerca de los cuales tendremos algo más que decir después— al modo siguiente: un argumento es correcto si y solamente si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa. Sin duda, el término 'posible' es aquí crucial. Si las premisas o la conclusión son de hecho verdaderas, es cosa que no nos concierne; todo lo que requiere para la corrección es que si las premisas fueran verdaderas la conclusión tendría que ser verdadera. Otra manera de establecer el mismo criterio es la siguiente: un argumento es correcto si y solamente si toda circunstancia concebible que hiciese verdaderas a las premisas tendría que hacer verdadera también a la conclusión.

Así, aunque, naturalmente, hay argumentos correctos en los cuales las premisas y la conclusión son verdaderas, como en el primer ejemplo dado antes en la sección 1, hay también argumentos enteramente correctos que tienen una o más premisas falsas y/o una conclusión falsa. Por ejemplo, todos los enunciados que componen el argumento correcto

Todos los hombres son inteligentes;
Todos los primates son hombres;
Por consiguiente, todos los primates son inteligentes

son falsos. Ni es el caso que los argumentos correctos lleven siempre partiendo de premisas falsas, a conclusiones falsas; así, por ejemplo el argumento.

Todos los senadores son viejos;
Todos los octogenarios son senadores;
Por consiguiente, todos los octogenarios son viejos

es correcto, aun a pesar de tener premisas falsas y una conclusión verdadera. En cada uno de estos casos, sin que importe cuál sea de hecho el valor de verdad de los componentes, advertimos que si las premisas fuesen verdaderas la conclusión tendría que ser verdadera, y esto es suficiente para garantizar la corrección. La única combinación de valores de verdad que no puede darse en un argumento correcto es que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Porque si las premisas de un argumento son de hecho verdaderas y la conclusión falsa sería (cuando menos) posible que las premisas fuesen verdaderas y la conclusión falsa, y de ahí que el argumento sea incorrecto.

Por otra parte, la incorrección puede darse con todas las combinaciones de valores de verdad. He aquí unos cuantos ejemplos ilustrativos de algunas de las posibilidades:

Algunos hombres son inteligentes;
Algunos primates son hombres;
Por consiguiente, algunos primates son inteligentes

Esto es un argumento incorrecto con premisas verdaderas y conclusión verdadera);

Algunos profesores son suecos;
Algunos noruegos son profesores;
Por consiguiente, algunos noruegos son suecos

(Argumento incorrecto con premisas verdaderas y conclusión falsa);

Todo el que entiende la asignatura obtiene una buena nota;
Por consiguiente, todo el que obtiene una buena nota entiende la asignatura

(Argumento incorrecto con premisa falsa y conclusión falsa);

Todo el que vive en la más antigua democracia de Europa vive en Zurich;
Por consiguiente, todo el que vive en Zurich vive en la más antigua democracia de Europa

(Argumento incorrecto con premisa falsa y conclusión verdadera).

Todo ello muestra que la corrección de un argumento no depende simplemente de los valores de verdad de las premisas y la conclusión. La corrección garantiza únicamente que si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión es también verdadera; no garantiza que cualquiera de las premisas sea de hecho verdadera, ni nos da información alguna acerca del valor de verdad de la conclusión en el caso de que una o más premisas sean falsas.

CORRECCIÓN Y ANALITICIDAD.

Intimamente conectado con el concepto de argumento correcto está el de *enunciado analítico*. Un enunciado (y de aquí en adelante utilizaremos 'enunciado' como abreviatura de 'enunciado declarativo')